





**ĐẠI HỌC QUỐC GIA HÀ NỘI
TRƯỜNG ĐẠI HỌC CÔNG NGHỆ**

PHẠM MINH PHÚC



**NGHIÊN CỨU ẢNH HƯỞNG CỦA VẾT NỨT
TRONG KẾT CẤU TẮM FGM**

Chuyên ngành: Cơ kỹ thuật
Mã số: 9520101.01

TÓM TẮT LUẬN ÁN TIẾN SĨ CƠ KỸ THUẬT



Hà Nội - 2022



Công trình được hoàn thành tại:
Trường Đại học Công nghệ, Đại học Quốc gia Hà Nội

Người hướng dẫn khoa học: **GS.TSKH. Nguyễn Đình Đức**
TS. Đoàn Hồng Đức

Phản biện:.....

.....

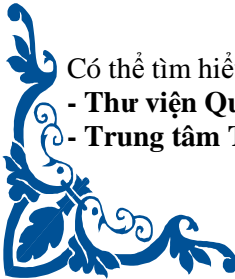
Phản biện:.....

.....

Phản biện:.....

.....

Luận án sẽ được bảo vệ trước Hội đồng cấp Đại học Quốc gia
chấm luận án tiến sĩ họp tạivào
hồi.....giờ.....ngày.....tháng.....năm.....



Có thể tìm hiểu luận án tại:

- **Thư viện Quốc gia Việt Nam**

- **Trung tâm Thông tin - Thư viện, Đại học Quốc gia Hà Nội**



DANH MỤC CÔNG TRÌNH KHOA HỌC CỦA TÁC GIẢ LIÊN QUAN ĐẾN LUẬN ÁN

1. Doan Hong Duc, Do Van Thom, Pham Minh Phuc, Nguyen Dinh Duc (2018). Validation simulation for free vibration and buckling of cracked Mindlin plates using phase-field method. *Mech. Adv. Mater. Struct.*, Vol.26 (12), pp. 1018-1027 (Taylor & Francis, SCIE, Q1, IF=3.517).
2. Pham Minh Phuc, Do Van Thom, Doan Hong Duc, Nguyen Dinh Duc (2018). The stability of cracked rectangular plate with variable thickness using phase field method. *Thin-Walled Structures*. Vol. 129, pp. 157–165 (Elsevier, SCIE, Q1, IF=5.881).
3. Pham Minh Phuc, Nguyen Dinh Duc (2019). The effect of cracks on the stability of the functionally graded plates with variable-thickness using HSDT and phase-field theory. *Composites Part B*. Vol. 175, pp. 107086 (Elsevier, SCI, Q1, IF=11.322).
4. Phạm Minh Phúc, Đỗ Văn Thơm, Đoàn Hồng Đức và Nguyễn Đình Đức (2019). Phân tích ổn định của tấm cơ tính biến thiên có nứt trên nền đàn hồi theo lý thuyết Phase-Field và lý thuyết biến dạng cắt bậc cao. Hội nghị Cơ học kỹ thuật toàn quốc: Kỷ niệm 40 năm thành lập Viện Cơ học. pp. 289-296.
5. Phạm Minh Phúc, Đỗ Văn Thơm, Đoàn Hồng Đức và Nguyễn Đình Đức (2018). Phân tích dao động tự do của tấm chiều thay đổi có nứt dựa trên lý thuyết Phase-Field và lý thuyết biến dạng cắt bậc cao. Hội nghị Khoa học toàn quốc Cơ học Vật rắn lần thứ XIV (Đại học Trần Đại Nghĩa, Thành phố Hồ Chí Minh, 19-20/7/2018), pp.478-485.
6. Phạm Minh Phúc (2019). Phân tích dao động tự do của tấm cơ tính biến thiên có vết nứt với chiều dày thay đổi theo lý thuyết phase field. *Tạp chí Khoa học Giao thông Vận tải*. Vol. 70.2, pp. 122-131.
7. Pham Minh Phuc (2020). Using phase-field theory and third-order shear deformation theory to study the effect of cracks on free vibration of rectangular plates with varying thickness. *Transport and Communications Science Journal*. Vol. 71.7, pp. 853-867.

8. Pham Minh Phuc, Nguyen Dinh Duc (2020). The effect of cracks and thermal environment on free vibration of FGM plates. *Thin-Walled Structures*. Vol. 159, pp.107291 (Elsevier, SCIE, Q1, IF=5.881).

9. Pham Minh Phuc, Duong Tuan Manh, Nguyen Dinh Duc (2021). Free vibration of cracked FGM plates with variable thickness resting on elastic foundations. *Thin-Walled Structures*. Vol.161, pp.107425. (Elsevier, SCIE, Q1, IF=5.881).

Danh mục này gồm 09 công trình

MỞ ĐẦU

Tính cấp thiết của đề tài

Do có sự tồn tại của các vật liệu khác nhau, ở đây ta hiểu là khác nhau cả về chủng loại vật liệu cũng như các vật liệu cùng loại nhưng khác về pha, về trạng thái, nên trong vật liệu FGM dễ tồn tại các điểm, các vùng khuyết tật và dễ sinh ra các lỗ rỗng và vết nứt trong vật liệu. Xuất phát từ các đặc điểm trên, nhận thấy việc nghiên cứu về đặc tính phá huỷ của vật liệu FGM cũng như đảm bảo tính an toàn khi đưa vật liệu FGM vào thực tế sản xuất, đặc biệt là kết cấu tấm FGM, do đó việc “Nghiên cứu ảnh hưởng của vết nứt trong kết cấu tấm FGM” là thực sự cần thiết.

Đối tượng và phạm vi nghiên cứu

Luận án tập trung phân tích ổn định và dao động của tấm làm bằng vật liệu FGM (P – FGM) có vết nứt, đồng thời nghiên cứu thêm về trường hợp tấm FGM đặt trong môi trường nhiệt độ và trên nền đàn hồi.

Phương pháp nghiên cứu

Sử dụng lý thuyết tấm Mindlin, lý thuyết tấm bậc cao của Shi và lý thuyết phase-field trong cơ học phá huỷ để thành lập các phương trình cân bằng. Sau đó, dùng phương pháp phần tử hữu hạn (PTHH) để giải các phương trình để tìm hệ số ổn định, tần số dao động tự do của tấm FGM bị nứt. Các kết quả tính toán trong luận án được so sánh với các công trình nghiên cứu uy tín (với các phương pháp khác nhau) để kiểm tra độ tin cậy của phương pháp hiện tại.

Ý nghĩa khoa học và thực tiễn của nghiên cứu

Luận án hoàn thành, nhằm cung cấp thêm cho kho tàng khoa học kỹ thuật một bài toán mới sử dụng lý thuyết phase-field, được giải bằng phương pháp PTHH truyền thống nên có tính ổn định cao và hiệu suất làm việc tốt. Từ đó tạo ra một hướng tiếp cận mới khi giải quyết bài toán vết nứt của kết cấu trong thực tế.

Cấu trúc của luận án

Luận án bao gồm bốn chương, nội dung mỗi chương bao gồm cơ sở lý thuyết và các thảo luận về kết quả số. Cuối cùng là kết luận, hướng phát triển của luận án.

CHƯƠNG 1

TỔNG QUAN VỀ ỔN ĐỊNH VÀ DAO ĐỘNG CỦA TẤM FGM

1.1. Tổng quan về vật liệu composite FGM

Vật liệu composite FGM (hay còn gọi là: vật liệu composite có cơ tính biến thiên, vật liệu cơ tính biến thiên, vật liệu FGM) có tên quốc tế: Functionally Graded Material (được viết tắt phổ biến là FGM), là một loại composite thể hệ mới được một nhóm các nhà khoa học ở viện Sendai của Nhật Bản nghiên cứu và phát triển lần đầu tiên vào năm 1984. Sự ra đời của loại vật liệu này xuất phát từ yêu cầu thực tế của các ngành công nghiệp hiện đại về một loại vật liệu tiên tiến có chức năng thông minh và có thể chống chịu tốt với các điều kiện khắc khe của nhiều loại tải trọng. Vật liệu FGM thường được tạo thành từ hai loại vật liệu thành phần là gốm và kim loại trong đó tỷ lệ thể tích của mỗi thành phần biến đổi (graded) một cách trơn và liên tục từ mặt này sang mặt kia theo một chiều kết cấu cho phù hợp với thể mạnh đặc trưng của các vật liệu thành phần. Do có mô đun đàn hồi cao cùng với hệ số truyền nhiệt và hệ số giãn nở nhiệt rất thấp nên thành phần gốm làm cho vật liệu có cơ tính biến thiên có độ cứng cao và khả năng kháng nhiệt tốt hơn. Trong khi thành phần kim loại làm cho vật liệu có cơ tính biến thiên trở nên mềm dẻo hơn, bền hơn và hạn chế sự rạn nứt có thể xảy ra do tính giòn của vật liệu gốm khi chịu nhiệt cao.

1.2. Tổng quan về tình hình nghiên cứu ổn định của kết cấu tấm FGM có nứt

Kết cấu tấm bằng vật liệu FGM đã được phát triển trong một thời gian dài và được ứng dụng trong nhiều lĩnh vực bài toán kỹ thuật do những ưu điểm vượt trội của chúng. Tuy nhiên, các ứng xử của chúng trong quá trình sử dụng thực tế với việc xem xét các ảnh hưởng tới khả năng làm việc vẫn chưa được nghiên cứu một cách toàn diện. Do vật liệu FGM thường được sử dụng trong các điều kiện làm việc khắc nghiệt như chịu tải trọng lớn hoặc trong môi trường nhiệt độ cao. Do đó, kết cấu có thể xuất hiện các khuyết tật như vết nứt làm thay đổi hình dạng cũng như độ bền của kết cấu.

Ngoài ra, khi tấm có vết nứt mà lại chịu tác động của tải trọng thì tốc độ mất ổn định sẽ nhanh hơn so với tấm không bị nứt. Xét đến các vấn đề mất ổn định trong kết cấu tấm, hiện tượng mất ổn định là hiện tượng nghiêm trọng nhất do nó xảy ra ngoài ý muốn khi kết cấu đột ngột đạt quá cường độ ứng suất tới hạn do tác dụng của tải trọng cơ học hoặc nhiệt độ cao, khi đó kết cấu có thể ở trạng thái bị mất ổn định trước khi đạt đến trạng thái ứng suất chảy dẻo, khả năng chịu tải sẽ giảm đi rất nhiều.

Chương 3 của luận án sẽ tập trung vào phân tích ổn định của tấm FGM có vết nứt với chiều dày không đổi hoặc thay đổi bằng cách sử dụng lý thuyết phase field để mô hình hóa các khuyết tật và lý thuyết biến dạng cắt bậc nhất, lý thuyết biến dạng cắt bậc ba để thành lập các phương trình cho tấm. Việc phân tích ổn định của tấm FGM với độ dày có thể thay đổi cung cấp thông tin rất hữu ích để dự đoán rủi ro hư hỏng trong các kết cấu kỹ thuật, đồng thời cải thiện và phát triển một mô hình tính toán mới trong các bài toán kết cấu tấm.

1.3. Tổng quan về tình hình nghiên cứu dao động của kết cấu tấm FGM có nứt

Hiện nay, việc chế tạo vật liệu FGM có đặc điểm thay đổi liên tục về tính chất vật liệu theo trục xác định đã dễ dàng hơn nhờ các kỹ thuật mới, nên chúng đang cần nghiên cứu bổ sung những mặt còn thiếu sót để ngày càng hoàn thiện cho việc phát triển và ứng dụng trên khắp thế giới. Trong những thập kỷ qua, việc nghiên cứu dao động của tấm FGM đã được nhiều tác giả đề cập.

Chúng ta thấy rằng các vết nứt là sự khởi đầu của quá trình phá hủy kết cấu. Để đảm bảo kết cấu an toàn và khai thác hiệu quả, cần phân tích tác động của vết nứt đến dao động và ổn định của kết cấu. Vật liệu FGM được sử dụng trong nhiều công trình đòi hỏi tính năng kỹ thuật khắt khe do có nhiều đặc tính ưu việt, nhưng cũng giống như các vật liệu khác, trong quá trình sử dụng hoặc sản xuất có thể xuất hiện các vết nứt. Việc nghiên cứu về các vết nứt được giới khoa học rất quan tâm, đặc biệt là về dao động của tấm FGM bị nứt.

Trong chương 4, tác giả sẽ khảo sát ảnh hưởng của vết nứt tới dao động của tấm FGM với chiều dày không đổi hoặc thay đổi, đặt trên nền đàn hồi, trong môi trường nhiệt độ.

1.4. Định hướng nghiên cứu

Vật liệu có cơ tính biến thiên FGM (Functionally Graded Material) đã được phát triển từ năm 1984. Có thể nói rằng sự xuất hiện của loại Composite thế hệ mới này, đã đặt ra cho các nhà cơ học những bài toán mới cần giải quyết.

Dựa trên các nghiên cứu về tấm FGM trong những năm vừa qua, có thể thấy những kết quả mà các nhà khoa học trong và ngoài nước đạt được bao gồm:

1- Đã khảo sát tương đối toàn diện các vấn đề về ổn định tĩnh tuyến tính và phi tuyến các kết cấu tấm FGM chịu tải trọng cơ, nhiệt, cơ-nhiệt kết hợp hoặc trên nền đàn hồi bằng các phương pháp giải khác nhau, dựa trên các lý thuyết tấm khác nhau.

2- Đã tiến hành phân tích dao động tuyến tính và phi tuyến của các kết cấu tấm FGM chịu tác động tải trọng khác nhau, theo các phương pháp khác nhau.

Các lý thuyết về dầm, tấm và vỏ đã được mở rộng và phát triển khá hoàn chỉnh để nghiên cứu các kết cấu này làm từ vật liệu FGM.

Có thể thấy rằng, các nghiên cứu đã được công bố chủ yếu nghiên cứu các kết cấu lý tưởng mà chưa kể đến các khuyết tật có thể xuất hiện trong kết cấu như vết nứt hay sự suy giảm độ cứng cục bộ khác. Do đó, việc nghiên cứu ảnh hưởng của vết nứt trong vật liệu FGM đóng vai trò then chốt trong việc hiểu đặc tính phá hủy của vật liệu FGM cũng như đảm bảo tính an toàn khi đưa vật liệu FGM vào thực tế sản xuất.

Tuy đã có một vài nghiên cứu ban đầu về phát triển của vết nứt trong tấm sử dụng lý thuyết Phase field, nhưng chưa có nghiên cứu nào về ảnh hưởng của vết nứt tới ổn định và dao động tự do của tấm, đặc biệt là tấm làm từ vật liệu FGM được công bố. Đây là đề tài nghiên cứu có ý nghĩa thực tế lớn và sẽ được thực hiện qua các bước sau:

(i) Phát triển và kiểm nghiệm tính chính xác (so sánh với thực nghiệm) của lý thuyết Phase-Field trong cơ học phá hủy trong lý thuyết tấm Mindlin và các lý thuyết tấm bậc cao.

(ii) Dựa trên cơ sở lý thuyết đã được kiểm nghiệm để tiếp tục đi sâu vào ứng dụng lý thuyết Phase-Field nghiên cứu ổn định, dao động tự do của tấm FGM bị nứt.

(iii) Trên cơ sở nghiên cứu ở (ii), tiếp tục phát triển lý thuyết Phase-Field cho nghiên cứu ảnh hưởng của vết nứt đến ổn định, dao động của tấm FGM trên nền đàn hồi và trong môi trường nhiệt độ.

CHƯƠNG 2

XÂY DỰNG CÁC PHƯƠNG TRÌNH DỰA TRÊN LÝ THUYẾT TẤM, LÝ THUYẾT PHASE FIELD VÀ PHƯƠNG PHÁP PHẦN TỬ HỮU HẠN

2.1. Các phương trình cơ bản

2.1.1. Mặt trung hoà của tấm FGM

Do tấm làm bằng vật liệu composite có cơ tính biến thiên nên mặt trung hoà không trùng với mặt trung bình, gọi khoảng lệch giữa hai mặt này là \bar{h} , và được xác định theo công thức [4, 79]:

$$\bar{h} = \frac{\int_{-h/2}^{h/2} z_i \cdot E(z_i, T) dz_i}{\int_{-h/2}^{h/2} E(z_i, T) dz_i} \quad (2.1)$$

trong đó z_i là toạ độ của điểm thứ i so với gốc toạ độ tại mặt trung bình (mặt giữa) của tấm.

$E(z_i, T)$ là mô đun đàn hồi của vật liệu thay đổi theo nhiệt độ.

2.1.2. Môi quan hệ ứng xử cơ học

Theo lý thuyết biến dạng cắt bậc ba của Shi [86] thì chuyển vị của một điểm bất kỳ với toạ độ (x, y, z) thuộc tâm được xác định theo công thức (2.2):

$$\begin{aligned} u(x, y, z, t) &= u_0(x, y, t) + \frac{5}{4} \left(z - \frac{4}{3h^2} z^3 \right) \beta_x(x, y, t) + \left(\frac{1}{4} z - \frac{5}{3h^2} z^3 \right) w_{0,x} \\ v(x, y, z, t) &= v_0(x, y, t) + \frac{5}{4} \left(z - \frac{4}{3h^2} z^3 \right) \beta_y(x, y, t) + \left(\frac{1}{4} z - \frac{5}{3h^2} z^3 \right) w_{0,y} \\ w(x, y, z, t) &= w_0(x, y, t) \end{aligned} \quad (2.2)$$

trong đó, u_0, v_0, w_0 là các chuyển vị trong mặt trung hoà của tấm tương ứng theo các phương x, y, z ; β_x, β_y là các góc xoay của mặt cắt ngang quanh trục y, x và h là chiều dày tấm.

Khi chiều dày của tấm thay đổi theo trục x tức lúc này $h = h(x)$, ta có trường biến dạng của tấm tại điểm bất kỳ theo công thức (2.3):

$$\left\{ \begin{array}{l} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \varepsilon_{xy} \\ \gamma_{yz} \\ \gamma_{xz} \end{array} \right\} = \left\{ \begin{array}{l} u_{0,x} + z \frac{1}{4} (5\beta_{x,x} + w_{,xx}) + z^3 \left(\frac{-5}{3h^2} \right) \left[\beta_{x,x} + w_{,xx} + \left(\frac{-2}{h} \right) h_{,x} (\beta_x + w_{,x}) \right] \\ v_{0,y} + z \frac{1}{4} (5\beta_{y,y} + w_{,yy}) + z^3 \left(\frac{-5}{3h^2} \right) \left[\beta_{y,y} + w_{,yy} \right] \\ u_{0,y} + v_{0,x} + z \frac{1}{4} (5\beta_{x,y} + 2w_{,xy} + 5\beta_{y,x}) + \\ + z^3 \left(\frac{-5}{3h^2} \right) \left[\beta_{x,y} + 2w_{,xy} + \beta_{y,x} + \left(\frac{-2}{h} \right) h_{,x} (\beta_y + w_{,y}) \right] \\ \frac{5}{4} (\beta_y + w_{,y}) + z^2 \left(\frac{-5}{h^2} \right) (\beta_y + w_{,y}) \\ \frac{5}{4} (\beta_x + w_{,x}) + z^2 \left(\frac{-5}{h^2} \right) (\beta_x + w_{,x}) \end{array} \right\} \quad (2.3)$$

Khi xét đến ảnh hưởng của nhiệt độ, quan hệ giữa ứng suất và biến dạng theo công thức (2.4):

$$\left\{ \begin{array}{l} \sigma = D_m (\boldsymbol{\varepsilon}^{(0)} + z\boldsymbol{\varepsilon}^{(1)} + z^3\boldsymbol{\varepsilon}^{(3)} - \boldsymbol{\varepsilon}_{Th}) \\ \tau = D_s (\boldsymbol{\gamma}^{(0)} + z^2\boldsymbol{\gamma}^{(2)}) \end{array} \right. \quad (2.4)$$

trong đó: $\boldsymbol{\sigma} = [\sigma_x \quad \sigma_y \quad \sigma_{xy}]^T$; $\boldsymbol{\tau} = [\tau_{yz} \quad \tau_{xz}]^T$

và $\boldsymbol{\varepsilon}_{Th} = \begin{bmatrix} \boldsymbol{\varepsilon}_{Thx} & \boldsymbol{\varepsilon}_{Thy} & \boldsymbol{\varepsilon}_{Thxy} \end{bmatrix}^T = \begin{bmatrix} \alpha(z, T)\Delta T & \alpha(z, T)\Delta T & 0 \end{bmatrix}^T$ là véc tơ biến dạng do nhiệt độ với $\alpha(z, T)$, ΔT - tương ứng là hệ số giãn nở nhiệt của vật liệu và biến thiên nhiệt độ so với nhiệt độ chuẩn ($\Delta T = T(z) - T_0$; $T_0 = 300K$).

Theo lý thuyết đàn hồi, năng lượng biến dạng U đối với tấm FGM trong môi trường nhiệt được viết theo công thức (2.11):

$$U(\mathbf{d}) = \frac{1}{2} \int_{\Omega} \left(\begin{array}{l} \boldsymbol{\varepsilon}^{(0)T} \mathbf{A} \boldsymbol{\varepsilon}^{(0)} + \boldsymbol{\varepsilon}^{(0)T} \mathbf{B} \boldsymbol{\varepsilon}^{(1)} + \boldsymbol{\varepsilon}^{(0)T} \mathbf{E} \boldsymbol{\varepsilon}^{(3)} + \\ + \boldsymbol{\varepsilon}^{(1)T} \mathbf{B} \boldsymbol{\varepsilon}^{(0)} + \boldsymbol{\varepsilon}^{(1)T} \mathbf{D} \boldsymbol{\varepsilon}^{(1)} + \boldsymbol{\varepsilon}^{(1)T} \mathbf{F} \boldsymbol{\varepsilon}^{(3)} + \\ + \boldsymbol{\varepsilon}^{(3)T} \mathbf{E} \boldsymbol{\varepsilon}^{(0)} + \boldsymbol{\varepsilon}^{(3)T} \mathbf{F} \boldsymbol{\varepsilon}^{(1)} + \boldsymbol{\varepsilon}^{(3)T} \mathbf{H} \boldsymbol{\varepsilon}^{(3)} + \\ + \boldsymbol{\gamma}^{(0)T} \bar{\mathbf{A}} \boldsymbol{\gamma}^{(0)} + \boldsymbol{\gamma}^{(0)T} \bar{\mathbf{B}} \boldsymbol{\gamma}^{(2)} + \boldsymbol{\gamma}^{(2)T} \bar{\mathbf{B}} \boldsymbol{\gamma}^{(0)} + \boldsymbol{\gamma}^{(2)T} \bar{\mathbf{D}} \boldsymbol{\gamma}^{(2)} \end{array} \right) d\Omega \quad (2.11)$$

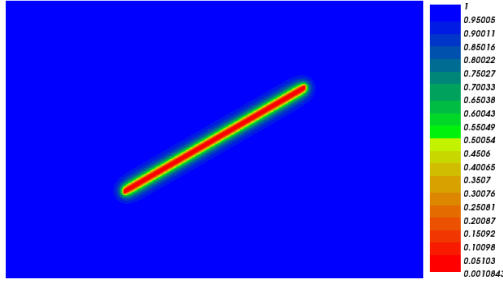
$$- \int_{\Omega} \left(\boldsymbol{\varepsilon}^{(0)T} \widehat{\mathbf{N}}_{Th} + \boldsymbol{\varepsilon}^{(1)T} \widehat{\mathbf{M}}_{Th} + \boldsymbol{\varepsilon}^{(3)T} \widehat{\mathbf{P}}_{Th} \right) d\Omega$$

trong đó, \mathbf{d} là véc tơ chuyển vị

2.2. Sử dụng lý thuyết phase field trong bài toán tấm có vết nứt

Lý thuyết Phase-Field được phát triển và ứng dụng rộng rãi trong giải các bài toán dòng chảy nhiều pha phức tạp. Gần đây, lý thuyết Phase-Field được phát triển mạnh và bắt đầu được áp dụng trong lĩnh vực Cơ học phá hủy. Trong lý thuyết Phase-Field, biến s nhận các giá trị liên tục từ 0 đến 1. Trong đó, giá trị 0 của biến Phase-field chỉ trạng thái vật liệu bị phá hủy; giá trị 1 chỉ trạng thái vật liệu bình thường. Khi biến nhận giá trị giữa 0 và 1 ta nói vật liệu khu vực đó đang trong trạng thái mềm hoá (softening). Trạng thái này được hiểu như quá trình hình thành các micro-crack trong vật liệu và làm giảm độ cứng của vật liệu. Do đó, trong lý thuyết Phase-field, vết nứt được biểu diễn bởi một vùng hẹp có biến đổi trạng thái liên tục từ “phá hủy - mềm hoá - bình thường” thông qua sự biến đổi liên tục của biến Phase-field từ 0 đến 1. Chính nhờ sự thể hiện này, trong vật liệu không xuất hiện vùng bất liên tục, cho phép ta tính đạo hàm, tích phân một cách dễ dàng trong toàn miền giải tích.

Hình 2.1 mô tả trạng thái của vật liệu trong tấm thông qua biến phase-field (s), trong vùng vết nứt s biến đổi từ màu đỏ (nứt) đến màu xanh dương (không nứt).

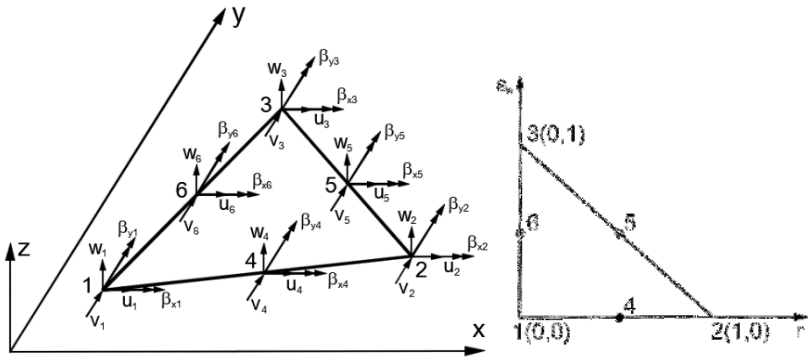


Hình 2.1. Mô phỏng trạng thái của kết cấu tám thông qua biến phase-field

2.3. Xây dựng phương trình ổn định, dao động của tấm có vết nứt bằng phương pháp phần tử hữu hạn

2.3.1. Phần tử tám

Trong luận án này, tác giả sử dụng phần tử tam giác đẳng tham số 6 nút, mỗi nút có 5 thành phần chuyển vị (Hình 2.2). Do lý thuyết biến dạng cắt của Mindlin chỉ là trường hợp riêng của lý thuyết Shi [86] nên luận án trình bày cách tính theo lý thuyết Shi.



Hình 2.2. Phần tử đẳng tham số 6 nút và phần tử tham chiếu của nó
Véc tơ chuyển vị tại nút thứ i của phần tử:

$$\{d\}_i = \{u_{0i}, v_{0i}, w_{0i}, \beta_{yi}, \beta_{xi}\}^T, \quad i = 1 \rightarrow 6 \quad (2.13)$$

2.3.2. Phương trình ổn định của tấm có vết nứt

Khi tấm đặt trên nền đàn hồi Pasternak và chịu tác dụng của lực nén thì tổng nội lực của tấm nút trong phương trình (2.12) được viết bổ sung như sau:

$$U(\mathbf{d}, s) = \left\{ \begin{aligned} & \frac{1}{2} \int_{\Omega} s^2 \left(\begin{aligned} & \boldsymbol{\varepsilon}^{(0)T} \mathbf{A} \boldsymbol{\varepsilon}^{(0)} + \boldsymbol{\varepsilon}^{(0)T} \mathbf{B} \boldsymbol{\varepsilon}^{(1)} + \boldsymbol{\varepsilon}^{(0)T} \mathbf{E} \boldsymbol{\varepsilon}^{(3)} + \\ & + \boldsymbol{\varepsilon}^{(1)T} \mathbf{B} \boldsymbol{\varepsilon}^{(0)} + \boldsymbol{\varepsilon}^{(1)T} \mathbf{D} \boldsymbol{\varepsilon}^{(1)} + \boldsymbol{\varepsilon}^{(1)T} \mathbf{F} \boldsymbol{\varepsilon}^{(3)} + \\ & + \boldsymbol{\varepsilon}^{(3)T} \mathbf{E} \boldsymbol{\varepsilon}^{(0)} + \boldsymbol{\varepsilon}^{(3)T} \mathbf{F} \boldsymbol{\varepsilon}^{(1)} + \boldsymbol{\varepsilon}^{(3)T} \mathbf{H} \boldsymbol{\varepsilon}^{(3)} + \\ & + \boldsymbol{\gamma}^{(0)T} \bar{\mathbf{A}} \boldsymbol{\gamma}^{(0)} + \boldsymbol{\gamma}^{(0)T} \bar{\mathbf{B}} \boldsymbol{\gamma}^{(2)} + \boldsymbol{\gamma}^{(2)T} \bar{\mathbf{B}} \boldsymbol{\gamma}^{(0)} + \\ & + \boldsymbol{\gamma}^{(2)T} \bar{\mathbf{D}} \boldsymbol{\gamma}^{(2)} \end{aligned} \right) d\Omega \\ & + \frac{1}{2} \int_{\Omega} s^2 \left\{ k_w w^T w + k_s \left(w_{,x}^T w_{,x} + w_{,y}^T w_{,y} \right) \right\} d\Omega - \\ & - \int_{\Omega} s^2 \left(\boldsymbol{\varepsilon}^{(0)T} \bar{\mathbf{N}}_{Th} + \boldsymbol{\varepsilon}^{(1)T} \bar{\mathbf{M}}_{Th} + \boldsymbol{\varepsilon}^{(3)T} \bar{\mathbf{P}}_{Th} \right) d\Omega + \\ & + \frac{1}{2} \int_{\Omega} s^2 \begin{bmatrix} w_{,x} & w_{,y} \end{bmatrix} \tilde{\boldsymbol{\sigma}}^0 \begin{bmatrix} w_{,x} & w_{,y} \end{bmatrix}^T hd\Omega + \\ & + \frac{1}{2} \int_{\Omega} s^2 \begin{bmatrix} \beta_{x,x} & \beta_{x,y} \end{bmatrix} \tilde{\boldsymbol{\sigma}}^0 \begin{bmatrix} \beta_{x,x} & \beta_{x,y} \end{bmatrix}^T \frac{h^3}{12} d\Omega + \\ & + \frac{1}{2} \int_{\Omega} s^2 \begin{bmatrix} \beta_{y,x} & \beta_{y,y} \end{bmatrix} \tilde{\boldsymbol{\sigma}}^0 \begin{bmatrix} \beta_{y,x} & \beta_{y,y} \end{bmatrix}^T \frac{h^3}{12} d\Omega + \\ & + \int_{\Omega} G_c h \left[\frac{(1-s)^2}{4\ell} + \ell |\nabla s|^2 \right] d\Omega \end{aligned} \right\} \quad (2.18)$$

trong đó: k_w - hệ số nền Winkler (độ cứng theo phương đứng nền Winkler), k_s - hệ số nền chống cắt (độ cứng lớp kháng cắt của nền Pasternak) và

$$\tilde{\boldsymbol{\sigma}}^0 = \begin{bmatrix} \sigma_x^0 & 0 \\ 0 & \sigma_y^0 \end{bmatrix}; \quad \sigma_x^0 = \sigma_y^0 = \frac{P^0}{h} \quad (2.18a)$$

Biến phân bậc nhất của hàm nội lực trong tấm theo \mathbf{d} , s ta được công thức để xác định hệ số ổn định của tấm nút như sau:

$$\left\{ \left(\sum \mathbf{K}^e + \lambda_{cr} \sum \mathbf{K}_G^e \right) \mathbf{d} = 0 \right. \quad (2.22a)$$

$$\left. \int_{\Omega} 2s\Psi(\mathbf{d})\delta s d\Omega + \int_{\Omega} 2G_c h \left[-\frac{(1-s)}{4\ell} + \ell \nabla s \nabla(\delta s) \right] d\Omega = 0 \right. \quad (2.22b)$$

Sau khi tìm được giá trị s trong phương trình (2.22b), thay thế nó vào phương trình (2.22a) có thể dễ dàng tính được tải trọng ổn định tới hạn λ_{cr} .

2.3.3. Phương trình dao động của tấm có vết nứt

Các phần tử được tăng cường CIP rõ ràng là có hiệu suất tốt hơn các phần tử FEM tương ứng của chúng. Điều đó đã chứng minh qua một loạt các ví dụ số từ kết cấu đơn giản đến phức tạp; từ kết cấu 2D sang kết cấu 3D; từ kết cấu có vật liệu thông thường đến kết cấu vật liệu FGM; từ phân tích vấn đề tĩnh đến phân tích dao động riêng. Tất cả là do hàm dạng của phương pháp CFEM có thêm tính chất trơn và mịn giữa các phần tử ngoài những tính chất kế thừa từ FEM tiêu chuẩn.

Với công thức chung được đề xuất trong nghiên cứu luận án, thủ tục CIP có thể được kết hợp vào bất kỳ mã hiện có nào để biến đổi các phần tử hữu hạn tiêu chuẩn thành các phần tử nâng cao CIP.

Động năng của tấm:

$$T(\mathbf{d}, s) = \frac{1}{2} \int s^2 \left\{ \begin{array}{l} (u_0^2 + v_0^2 + w^2) I_0 + \frac{1}{2} [5(u_0 \dot{\beta}_x + v_0 \dot{\beta}_y) + \dot{u}_0 \dot{w}_{,x} + v_0 \dot{w}_{,y}] I_1 \\ + \frac{1}{16} [\dot{w}_{,x}^2 + 25(\dot{\beta}_x^2 + \dot{\beta}_y^2) + 10(\dot{\beta}_x \dot{w}_{,x} + \dot{\beta}_y \dot{w}_{,y}) + \dot{w}_{,y}^2] I_2 \\ - \frac{10}{3h^2} (u_0 \dot{\beta}_x + \dot{u}_0 \dot{w}_{,x} + v_0 \dot{\beta}_y + v_0 \dot{w}_{,y}) I_3 \\ - \frac{10}{12h^2} [\dot{w}_{,x}^2 + 5(\dot{\beta}_x^2 + \dot{\beta}_y^2) + 6(\dot{\beta}_x \dot{w}_{,x} + \dot{\beta}_y \dot{w}_{,y}) + \dot{w}_{,y}^2] I_4 \\ + \frac{25}{9h^4} [\dot{w}_{,x}^2 + \dot{\beta}_x^2 + 2(\dot{\beta}_x \dot{w}_{,x} + \dot{\beta}_y \dot{w}_{,y}) + \dot{\beta}_y^2 + \dot{w}_{,y}^2] I_6 \end{array} \right\} d\Omega \quad (2.24a)$$

trong đó:

$$I_i = \int_{-h/2}^{h/2} \rho(z) z^i dz; \quad i = 0, 1, 2, 3, 4, 6 \quad (2.24b)$$

Xét cho trường hợp tấm đặt trên nền đàn hồi và trọng môi trường nhiệt độ, khi đó hàm Lagrange được tính theo công thức:

$$\begin{aligned} L(\mathbf{d}, s) &= T(\mathbf{d}, s) - U(\mathbf{d}, s) \\ &= \left\{ \int_{\Omega} s^2 \Gamma(\mathbf{d}) d\Omega - \int_{\Omega} G_c h \left[\frac{(1-s)^2}{4l} + l |\nabla s|^2 \right] d\Omega \right\} \end{aligned} \quad (2.25)$$

Biến phân của $L(\mathbf{d}, s)$ theo \mathbf{d} , s ta được:

$$\left(\sum \mathbf{K}^e + \omega^2 \sum \mathbf{M}^e \right) \mathbf{d} = 0 \quad (2.27a)$$

$$\int_{\Omega} 2s\Gamma(\mathbf{d}) \delta s d\Omega - \int_{\Omega} 2G_c h \left[-\frac{(1-s)\delta s}{4l} + l\nabla s \nabla(\delta s) \right] d\Omega = 0 \quad (2.27b)$$

Giải hệ phương trình (2.27) sẽ tìm được tần số dao động tự do của tấm.

2.4. Kết luận chương 2

1. Trình bày cơ sở lý thuyết, thiết lập các phương trình cơ bản của tấm dựa trên lý thuyết biến dạng cắt bậc nhất của Mindlin và lý thuyết biến dạng cắt bậc ba của Shi có xét đến ảnh hưởng của biến dạng nhiệt.

2. Thành lập được các phương trình để tính hệ số ổn định của tấm có vết nứt.

3. Thành lập được các phương trình để tính tần số dao động tự do của tấm có vết nứt.

Trên cơ sở lý thuyết phase field và phương pháp phần tử hữu hạn ở chương này, tác giả sử dụng ngôn ngữ lập trình được tích hợp trong chương trình mã nguồn mở FreeFem++-cs để phân tích ổn định, dao động của tấm có vết nứt (vật liệu đồng chất và vật liệu FGM) ở các chương tiếp theo.

CHƯƠNG 3

PHÂN TÍCH ỔN ĐỊNH CỦA KẾT CẤU TẤM FGM CÓ NÚT

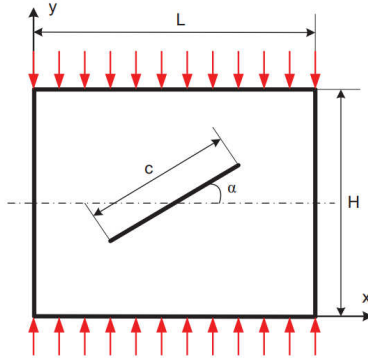
3.1. Đặt vấn đề

Trong chương này, tác giả sẽ đi sâu vào trình bày cách tiếp cận số gần đúng để phân tích ổn định của tấm đồng chất và tấm FGM có nứt tựa hoặc không tựa trên nền đàn hồi. Lý thuyết biến dạng cắt bậc nhất của Mindlin hoặc bậc ba của Shi [86] và lý thuyết Phase field trong cơ học phá hủy được sử dụng để thiết lập các phương trình cân bằng ổn định tuyến tính. Sau đó, sử dụng phương pháp phần tử hữu hạn để giải các phương trình tìm được hệ số ổn định của tấm với vị trí vết nứt, chiều dài vết nứt và điều kiện biên khác nhau.

3.2. Ổn định của kết cấu tấm có nứt

3.2.1. Ổn định của kết cấu tấm đồng chất, đẳng hướng có nứt

Sử dụng lý thuyết biến dạng cắt bậc nhất của Mindlin, phương pháp phần tử hữu hạn để giải hệ phương trình (2.22), tác giả tính hệ số ổn định của tấm đồng chất có nứt. Tấm có kích thước $240 \times 240 \times 12 \text{ mm}^3$, mô đun đàn hồi $E = 70 \text{ MPa}$, hệ số Poisson $\nu = 0,33$; tấm được nén dọc theo trục y với hai cạnh này được ngàm (C), ở hai cạnh còn lại không tác dụng lực và để tự do (F), có thể thấy trong Hình 3.1.



Hình 3.1. Dạng hình học của tấm với vết nứt ở tâm

Hệ số ổn định tới hạn được tính theo công thức:

$$k_{cr} = \frac{100(\lambda_{cr})a_0}{Eh_0^3} \quad (\text{với } a_0 = 10h_0) \quad (3.1)$$

Từ Bảng 3.1, chúng ta có thể thấy rằng kết quả số dựa trên phương pháp này là đáng tin cậy. Sai số lớn nhất giữa kết quả số này và kết quả thí nghiệm nhỏ hơn 9%, vấn đề này cũng dễ hiểu vì sai số do vật liệu thí nghiệm không được như lý thuyết và cách tạo ra vết nứt thực tế không hoàn hảo như lý thuyết.

Trong nghiên cứu tiếp theo, xét ảnh hưởng của chiều dày tấm đến độ ổn định của tấm và khảo sát sự hội tụ của phương pháp phụ thuộc vào chiều rộng vết nứt ở các độ dày khác nhau như thế nào, giá trị chiều dày $L/h = 50 - 200$ và chiều rộng vết nứt có tỉ lệ $H/\ell = 100 - 800$ được vẽ đồ thị như trong Bảng 3.2.

Từ Bảng 3.2, chúng ta có thể thấy rằng khi H/ℓ có giá trị từ 100 đến 800 thì sự thay đổi của tải trọng ổn định tới hạn là nhỏ. Mặt khác,

chiều rộng vùng nứt ℓ có ảnh hưởng nhỏ đến kết quả, do đó, trong tất cả các nghiên cứu dưới đây, tác giả chọn tỉ lệ $H/\ell=400$ để tính toán.

Bảng 3.1. So sánh lực tới hạn của tấm vuông đồng chất
($L = H = 0,24\text{m}$; $h = 0,012\text{m}$)

Mẫu thử [80]	Chiều dài vết nứt (c/H)	Góc nghiêng vết nứt	Lực tới hạn thử nghiệm [80] (N)	Tính toán (N)	Sai khác (%)
Mẫu 1	0,1	0	1627	1773	8,97
Mẫu 2	0,3		1531	1537	0,39
Mẫu 3	0,5		1317	1205	8,50
Mẫu 4	0,1	30^0	1651	1782	7,94
Mẫu 5	0,3		1551	1626	4,83
Mẫu 6	0,5		1396	1413	1,21
Mẫu 7	0,1	60^0	1674	1798	7,40
Mẫu 8	0,3		1660	1756	5,78
Mẫu 9	0,5		1636	1723	5,31

Bảng 3.2. Hệ số ổn định (k_{cr}) của tấm vuông nứt đồng chất với chiều dày khác nhau

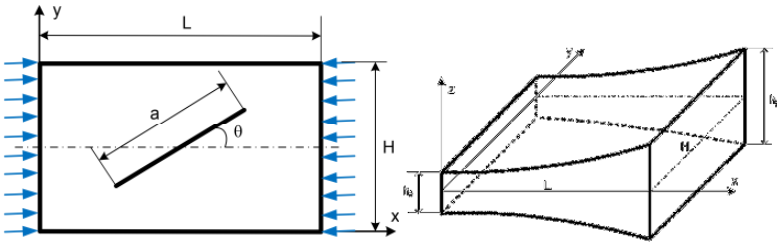
H/ℓ	L/h			
	50	100	150	200
100	4.43461	0.560650	0.166624	0.0703861
200	4.50089	0.570541	0.169751	0.0717484
300	4.52927	0.574772	0.171106	0.0723457

400	4.54515	0.577109	0.171860	0.0726807
500	4.55545	0.578600	0.172338	0.072893
600	4.56287	0.579655	0.172674	0.073042
700	4.56849	0.580443	0.172924	0.0731528
800	4.57287	0.581053	0.173117	0.073238

3.2.2. Ổn định của kết cấu tấm FGM có nứt

Trong mục này, tác giả khảo sát hệ số ổn định của tấm với chiều dày thay đổi phi tuyến và tuyến tính, sử dụng vật liệu đồng chất đẳng hướng hoặc vật liệu FGM. Trường hợp tấm bằng vật liệu FGM, cần chú ý vật liệu này được phân bố theo quy luật hàm lũy thừa (chiều dày tấm thay đổi theo trục x) nên công thức (1.1) được viết lại như sau:

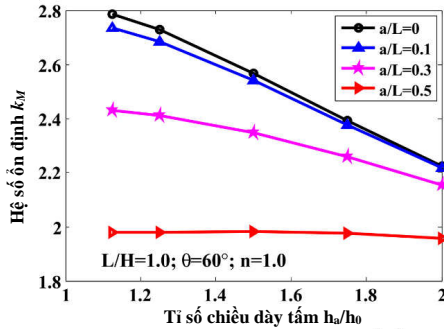
$$V_c = \left(\frac{z}{h(x)} + \frac{1}{2} \right)^n; \quad V_m = 1 - V_c \text{ với } n \geq 0 \quad (3.2)$$



Hình 3.14. Tấm nứt hình chữ nhật có độ dày thay đổi theo cấp số nhân dưới tải trọng nén theo phương x

Trong phần này, các hệ số ổn định của tấm hình chữ nhật FGM bị nứt có chiều dài (L), chiều rộng $H = 0.24\text{m}$ và chiều dày thay đổi theo cấp số nhân dọc theo chiều dài của tấm được giới thiệu. Mô-đun Young và hệ số Poisson được giữ nguyên như phần trên: $E_m = 70\text{GPa}$; $E_c = 151\text{GPa}$ và $\nu_m = \nu_c = 0.3$. Mặt khác, vì độ dày h của tấm được thay đổi theo cấp số nhân, nên nó có thể được định nghĩa theo công thức

của $h = h_0 e^{\frac{x}{L} \ln \frac{h_a}{h_0}}$ [37]; $h_0 = \frac{H}{100}$. Điều kiện biên của tấm là liên kết tựa đơn trên bốn cạnh (SSSS) khi tác dụng tải trọng nén đơn trục ở 2 phía đối diện theo hướng trục x. Các kết quả số được mô tả trong Hình 3.15 như sau.



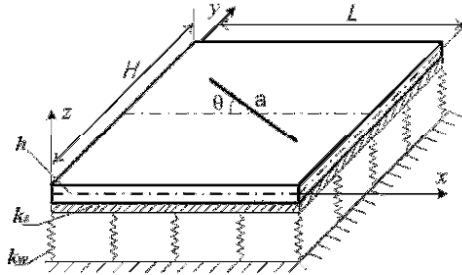
Hình 3.15. Ảnh hưởng của vết nứt đến hệ số ổn định của tấm FGM có chiều dày thay đổi

Như trên Hình 3.15, các vết nứt là nơi có ảnh hưởng đáng kể đến hệ số ổn định của tấm. Điều này được giải thích là do sự chuyển hóa năng lượng trong tấm. Trong tấm luôn tồn tại một dạng năng lượng được gọi là thế năng, vết nứt là nơi giải phóng năng lượng này làm cho tấm bị mất năng lượng và điều đó làm cho tấm nhanh chóng bị mất ổn định. Trong trường hợp này, vết nứt xuất hiện ở giữa tấm, đây sẽ là vị trí mất ổn định đầu tiên do lực nén đặt ở hai mặt vuông góc với trục x. Như vậy ta có thể thấy, khi chiều dài vết nứt tăng lên, hệ số ổn định của tấm sẽ giảm.

3.2.3. Ổn định của kết cấu tấm FGM có nứt trên nền đàn hồi Paternak

Trên hình 3.18 mô phỏng tấm FGM đặt trên nền đàn hồi, ở tâm của tấm có vết nứt chiều dài a và góc nghiêng θ . Các thông số của vật liệu $E_m = 70GPa; E_c = 380GPa; \nu_m = \nu_c = 0.3$. Liên kết trên bốn cạnh là liên kết tựa đơn (SSSS). Hệ số ổn định được tính theo công thức:

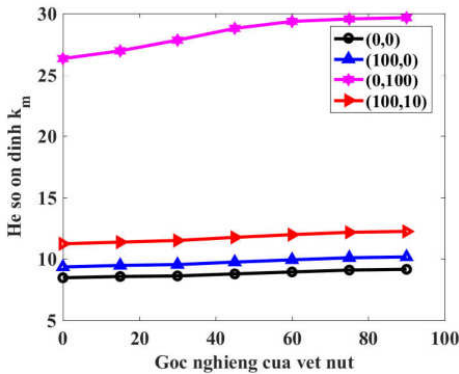
$$k_m = \frac{\lambda_{cr} H^2}{\pi^2 D_m} ; \quad \text{với } D_m = \frac{E_m h^3}{12(1-\nu_m^2)} \quad (3.2)$$



Hình 3.18. Mô hình tấm có vết nứt đặt trên nền đàn hồi Pasternak

Ở đây, nền được thay bằng mô hình có hai lớp. Lớp dưới là lớp đàn hồi với hệ số độ cứng (k_w), lớp trên là lớp chống cắt với hệ số (k_s), các hệ số nền không đơn vị tương ứng theo công thức:

$$\bar{k}_w = \frac{k_w L^4}{D_m}; \quad \bar{k}_s = \frac{k_s L^2}{D_m} \quad (3.8a)$$



Hình 3.19. Ảnh hưởng của góc nghiêng vết nứt đến hệ số ổn định của tấm FGM trên nền đàn hồi

Hình 3.19 thể hiện ổn định của tấm FGM có nứt trên các nền đàn hồi khác nhau. Vết nứt với tỉ lệ chiều dài $a/H=0.4$, tấm FGM vuông với $n=1$, tỉ lệ chiều dày $h/H=0.01$, liên kết tựa đơn trên bốn cạnh. Khi góc nghiêng vết nứt (θ) tăng làm bề mặt giải phóng năng lượng của tấm giảm, dẫn tới độ cứng tấm tăng (so với góc nghiêng nhỏ hơn), kết quả làm hệ số ổn định tăng.

3.3. Kết luận chương 3

Trong chương này, tác giả đã nghiên cứu ổn định của kết cấu tấm bị nứt bằng vật liệu đồng chất và FGM, trên nền đàn hồi và không trên nền đàn hồi. Đã thiết lập được các hệ thức và các phương trình cơ sở của bài toán ổn định kết cấu tấm chữ nhật có nứt. Sử dụng lý thuyết phase field và phương pháp phân tử hữu hạn để tìm được hệ số ổn định của kết cấu. Kết quả nghiên cứu đã được tiến hành so sánh với kết quả đã được công bố nhằm đánh giá độ tin cậy của cách tiếp cận bài toán. Kết quả số ở dạng hiển, dễ đánh giá và kiểm nghiệm. Đã khảo sát ảnh hưởng của vị trí và chiều dài của vết nứt, vật liệu và đặc trưng hình học của tấm lên ổn định của kết cấu tấm FGM có nứt đặt hoặc không đặt trên nền đàn hồi Parternak. Cụ thể một vài nhận xét:

- Ảnh hưởng của các vết nứt đến sự ổn định của tấm chữ nhật sử dụng lý thuyết biến dạng cắt bậc nhất, bậc cao và đặc biệt là lý thuyết phase field được trình bày trong nghiên cứu này. Lý thuyết phase field đã được hoàn thiện tốt hơn trong nghiên cứu này vì đây là lần đầu tiên nó được áp dụng để tính toán ảnh hưởng của vết nứt bên trong tấm với vật liệu khác nhau. Việc tính toán hệ số ổn định của tấm đã được so sánh với một số nghiên cứu có uy tín để kiểm tra độ tin cậy của mô hình.

- Các thông số về vết nứt như chiều dài, góc nghiêng và vị trí vết nứt thay đổi rất nhiều đến hệ số ổn định của tấm, khi chiều dài vết nứt tăng lên, do lượng năng lượng giải phóng lớn hơn, độ cứng của tấm giảm, do đó hệ số ổn định giảm dần. Vị trí của vết nứt như giữa tấm cũng làm cho sự mất ổn định xảy ra nhanh hơn so với các vị trí khác.

- Khi chỉ số vật liệu tăng thì tấm có tỷ lệ thành phần kim loại cao, do đó hệ số ổn định giảm. Chiều dày của tấm FGM được thay đổi dọc theo trục x , do đó tỷ lệ chiều dày h_0/h_a ảnh hưởng lớn đến độ ổn định của tấm. Nghiên cứu này mở ra một cách tiếp cận mới trong việc kiểm soát tỷ lệ độ dày phù hợp với việc thay đổi độ dày của tấm FGM cũng như hạn chế lực gây mất ổn định khi tấm xuất hiện vết nứt.

- Nền đàn hồi đóng vai trò tích cực lên ổn định của tấm FGM, giúp nâng cao khả năng tải, ngoài ra ảnh hưởng của nền Pasternak là lớn hơn so với nền Winkler.

Kết quả chính của chương này thể hiện ở các bài báo 1, 2, 3, 4 trong “Danh mục công trình khoa học của tác giả liên quan đến luận án”

Chương 4

PHÂN TÍCH DAO ĐỘNG TỰ DO CỦA KẾT CẤU TẤM FGM CÓ VẾT NÚT

4.1. Đặt vấn đề

Mặc dù đã có một số nghiên cứu về dao động tự do của tấm FGM có vết nứt, nhưng chưa có nghiên cứu nào sử dụng lý thuyết phase-field để nghiên cứu về vấn đề này. Chương này sẽ áp dụng lý thuyết biến dạng cắt bậc nhất của Mindlin hoặc bậc ba của Shi [86] để phân tích dao động tự do của kết cấu tấm FGM có vết nứt, tựa hoặc không tựa trên nền đàn hồi và trong môi trường nhiệt độ.

4.2. Dao động tự do của kết cấu tấm FGM có vết nứt

Trong mục này, tác giả sử dụng lý thuyết biến dạng cắt bậc nhất của Reissner-Mindlin.

4.2.1. Dao động tự do của tấm đồng chất có chiều dày thay đổi

Trong phần này, các thông số của tấm $L=H=0.5\text{m}$, $E = 70\text{GPa}$, chiều dày tấm thay đổi theo hàm bậc nhất $h(x) = h_0(1 - \beta x / L)$ với $\beta = (h_0 - h_a) / h_0$, bốn cạnh liên kết tựa (hình 4.1). Công thức xác định tần số dao động tự do của tấm [83]:

$$\lambda = \omega H^2 \sqrt{\rho h_0 / D_0} / \pi^2 \quad \text{với} \quad D_0 = Eh_0^3 / (12(1-\nu^2)). \quad (4.1)$$

Bảng 4.1. Tần số dao động tự do của tấm chiều dày thay đổi tuyến tính

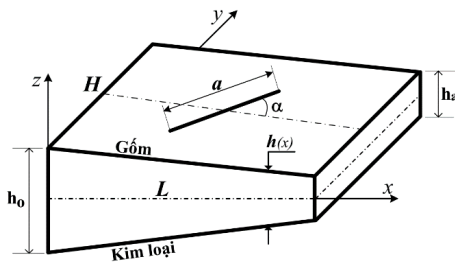
Điều kiện biên	h_0/L	Shufrin [83]	Luận án	Sai khác
SSSS	0,1	1,4504	1,45041	0,001%
	0,2	1,3738	1,37381	0,001%
	0,4	1,1664	1,16645	0,004%
SSFF	0,1	0,7201	0,72019	0,012%
	0,2	0,6999	0,69996	0,009%
	0,4	0,6368	0,63676	0,006%

Kết quả được so sánh với nghiên cứu của Shufrin [83], sai khác rất nhỏ được thể hiện trong bảng 4.1 chứng tỏ độ tin cậy của chương trình tính.

4.2.2. Dao động tự do của tấm FGM chiều dày thay đổi, có vết nứt

Các thông số của tấm chiều dày thay đổi tuyến tính theo hàm bậc nhất với tỉ lệ chiều dài vết nứt (a/L) thay đổi từ 0.2 đến 0.8 (hình 4.3); tấm bằng vật liệu FGM (Si3N4/SUS304): $E_m=201.04\text{GPa}$, $E_c=348.43\text{GPa}$, hệ số poisson $\nu = \nu_m = \nu_c = 0.28$, khối lượng riêng $\rho_m = 8166\text{kg} / \text{m}^3$, $\rho_c = 2370\text{kg} / \text{m}^3$, liên kết tựa trên 4 cạnh (SSSS), tần số dao động tự do không thứ nguyên của tấm được tính:

$$\lambda = \omega H^2 \sqrt{\rho_c h_0 / D_0} / \pi^2 \text{ với } D_0 = E_c h_0^3 / (12(1-\nu^2)). \quad (4.1)$$



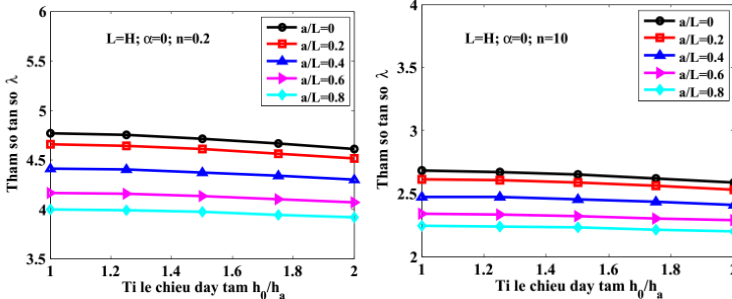
Hình 4.3. Tấm FGM chiều dày thay đổi tuyến tính và vết nứt ở tâm

Bảng 4.3 cho ta thấy, khi tỉ lệ cạnh của tấm (L/H) càng cao thì tần số dao động tự do của tấm càng giảm. Vết nứt càng dài (a/L tăng) làm độ cứng của tấm giảm dẫn đến tần số dao động giảm.

Bảng 4.3. Tần số dao động tự do của tấm FGM chiều dày thay đổi có vết nứt khi tỉ lệ cạnh tấm thay đổi với $h_0/h_a=1.5$; $n=5$; $\alpha=0^0$; SSSS

a/L	Tỉ lệ cạnh của tấm L/H				
	0.5	1	1.5	2	3
0	6.9543	2.78873	2.00244	1.71769	1.49418
0.2	6.91277	2.7234	1.90559	1.59396	1.33055
0.4	6.82548	2.58532	1.71326	1.35752	1.02979
0.6	6.72786	2.44396	1.5337	1.15336	0.80705
0.8	6.65664	2.34822	1.41984	1.02981	0.67835

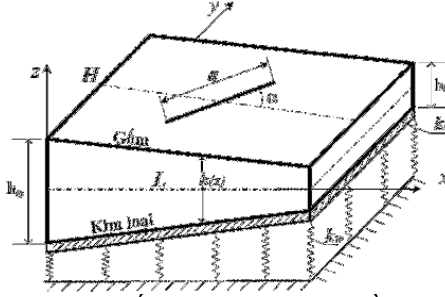
Tham số tần số được tính cho tấm FGM hình vuông khi chiều dày (h) và chỉ số mũ (n) thay đổi (hình 4.3).



Hình 4.4. Tần số dao động tự do của tấm FGM chiều dày thay đổi có vết nứt phụ thuộc chỉ số mũ n; chiều dài vết nứt và tỉ lệ chiều dày tấm

Ta thấy rằng, khi tỉ lệ chiều dày (h_0/h_a) tăng, làm độ cứng của tấm giảm, do vậy tần số dao động (tỉ lệ thuận với tham số tần số λ) cũng giảm theo (hình 4.4). Khi chiều dài vết nứt tăng, làm độ cứng của tấm giảm và dẫn tới tần số dao động giảm theo. Rõ ràng rằng, đối với vật liệu FGM thì chỉ số mũ (n) càng cao thì vật liệu FGM đó có tỉ lệ kim loại càng nhiều (theo biểu thức (1.1)), do vậy khi n tăng thì độ cứng của tấm giảm làm cho tần số dao động cũng giảm tương ứng.

4.3. Dao động của kết cấu tấm FGM có nứt đặt trên nền đàn hồi



Hình 4.7: Dạng hình học của tấm FGM nứt với chiều dày thay đổi trên nền đàn hồi

Các thông số chiều dày của tấm FGM thay đổi tuyến tính theo hàm bậc nhất $h = h_0(1 - \beta x/L)$ với $\beta = (h_0 - h_a)/h_0$, tỷ số chiều dài vết nứt (a/L) thay đổi từ 0,2 đến 0,8 (Hình 4.7); Các thông số của vật liệu (Al; Al_2O_3): $E_m = 70GPa; E_c = 380GPa; \nu_m = \nu_c = 0.3$; liên kết tựa đơn ở 4 cạnh (SSSS). Trong đó h_0 là chiều dày lớn nhất của một cạnh tấm và bằng $h_0 = H/50$ với $H = 0.5m$.

Tham số tần số không thứ nguyên của tấm FGM với độ dày thay đổi được tính theo công thức (4.5):

$$\bar{\omega} = \omega(H^2 / h_0) \sqrt{\rho_c / E_c} \quad (4.5)$$

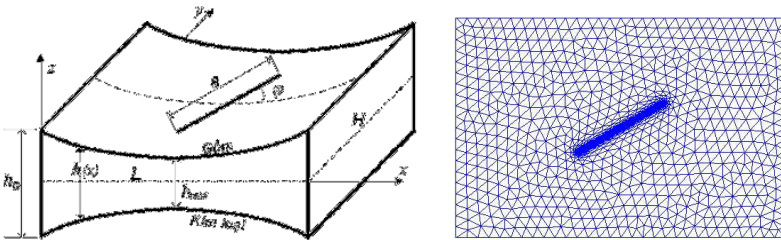
Bảng 4.6. Tham số tần số dao động của tấm FGM bị nứt với chiều dày thay đổi, góc nghiêng vết nứt khác nhau và $L/H = 1.5; H/h_0 = 50; n = 1$; SSSS. (Al; Al_2O_3)

a/L	α	h_0/h_a				
		1.25	1.5	2	2.5	3
0	-	3.39085	3.22911	3.05440	2.97609	2.94153
0.2		3.26087	3.11667	2.96508	2.90035	2.87415
0.4	0°	3.01674	2.90557	2.79790	2.75955	2.75000
0.6		2.80490	2.72339	2.65548	2.64155	2.64773
0.2	30°	3.28098	3.13487	2.98082	2.91447	2.88708

0.4	3.06338	2.94726	2.83291	2.78992	2.77690
0.6	2.84877	2.76401	2.68939	2.67036	2.67246
0.2	3.31960	3.16944	3.01019	2.94054	2.91088
0.4	60 ⁰	3.18074	3.05154	2.92024	2.86648
0.6	3.05900	2.94757	2.83977	2.79954	2.78709

Bảng 4.6 mô tả sự gia tăng tỷ lệ chiều dày (h_0 / h_a) làm giảm độ cứng của tấm, do đó tần số dao động (tỷ lệ thuận với tham số tần số) cũng giảm. Điều này được giải thích là khi $h_0 = H / 50$ không đổi và tỷ số h_0/h_a tăng lên thì tấm mỏng hơn dọc theo trục x, dẫn đến độ cứng của tấm giảm. Như đã phân tích ở trên, khi chiều dài vết nứt tăng lên thì độ cứng giảm và do đó tần số dao động giảm. Ta thấy với góc nứt tăng dần thì đường nứt ở mặt dưới tấm (bề mặt kim loại) càng ngắn (do chiều dày tấm thay đổi). Mặt khác, đoạn đường nứt này không được nền đàn hồi chống đỡ. Do đó, khi góc nứt càng tăng thì tần số càng tăng.

4.4. Dao động của kết cấu tấm FGM có nứt trong môi trường nhiệt độ



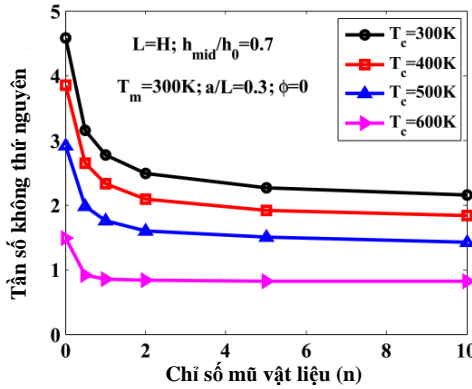
Hình 4.10. Dạng hình học của tấm FGM nứt với độ dày thay đổi theo hàm parabol

Tấm chữ nhật FGM ($Si_3N_4/SUS304$) có liên kết đơn và ngầm được nghiên cứu trong phần này. Chiều dày của tấm FGM theo hàm bậc hai $h(x) = h_0(4\beta\xi^2 - 4\beta\xi + 1)$ với $\beta = (h_0 - h_{mid}) / h_0$ và $\xi = x / L$, tỷ số giữa chiều dài vết nứt và chiều dài cạnh tấm (a/L) thay đổi từ 0,1 đến 0,7 (Hình 4.10); các đặc tính của FGM phụ thuộc vào môi trường nhiệt được cung cấp trong Bảng 1.2 ở chương 1.

Tần số dao động tự do không thứ nguyên của tấm được xác định bởi

$$\bar{\omega} = \omega(H^2 / h_0) \sqrt{\rho_{c300} / E_{c300}} \quad (4.7)$$

trong đó h_0 là độ dày lớn nhất ở một mặt của tấm $h_0 = H / 20$ với $H = 0.5m$; E_{c300} và ρ_{c300} là các giá trị của E_c và ρ_c tại $T = 300K$.



Hình 4.12. Ảnh hưởng của môi trường nhiệt đến tần số dao động của tấm FGM bị nứt có chiều dày thay đổi

Hình 4.12 mô tả các tham số tần số của tấm FGM bị nứt với liên kết tựa đơn trên 4 cạnh (SSSS) phụ thuộc vào nhiệt độ và chỉ số mũ n . Có thể thấy rằng, nhiệt độ tăng dẫn đến mô đun Young của gốm (Si_3N_4) bị giảm làm cho độ cứng của tấm giảm và do đó tần số giảm tương ứng.

4.5. Kết luận chương 4

Tác giả đã sử dụng lý thuyết Phase-field trong cơ học phá hủy và lý thuyết biến dạng cắt bậc nhất và bậc cao để nghiên cứu dao động tự do tấm FGM với nhiều dạng chiều dày thay đổi, có vết nứt, có trường hợp đặt trên nền đàn hồi và trong môi trường nhiệt độ. Kết quả số chỉ ra rằng với trường hợp đã xét:

- ✓ Khi chỉ số mũ (n) tăng, hàm lượng kim loại trong tấm tăng và do đó tần số giảm.
- ✓ Chiều dài vết nứt tăng lên làm tăng tính linh hoạt của tấm và do đó tần số giảm. Với sự gia tăng đồng thời của chỉ số mũ (n) và chiều dài vết nứt, tần số rung giảm nhanh hơn.

✓ Sự tăng của các tham số đàn hồi của nền (k_w và k_s), sự tăng của tần số dao động, đặc biệt là sự tăng của tần số dao động khá lớn khi hệ số chống cắt của nền đàn hồi k_s tăng.

✓ Chênh lệch nhiệt độ (ΔT) giữa bề mặt trên và bề mặt dưới của tấm càng lớn thì tần số dao động càng nhỏ.

✓ Tỷ lệ chiều dày (h_a/h_0 hoặc h_{mid}/h_0) càng nhỏ thì tần số càng nhỏ (h_0 không đổi). Đặc biệt với tác động của sự tăng đồng thời của L/H và c/L thì độ cứng của tấm giảm nhiều hơn, do đó tần số dao động giảm rất nhanh.

✓ Tấm có điều kiện biên ngàm 4 cạnh có độ cứng lớn nhất so với tấm có điều kiện biên khác nên tần số dao động tự do cũng lớn nhất. Kết quả này sẽ là định hướng cho các nghiên cứu về dao động tự do của tấm FGM khi vết nứt phát triển.

Kết quả chính của chương này thể hiện ở các bài báo 5, 6, 7, 8, 9 trong “Danh mục công trình khoa học của tác giả liên quan đến luận án”.

KẾT LUẬN

Luận án nghiên cứu ảnh hưởng của vết nứt trong kết cấu tấm FGM có những đóng góp mới như sau:

1. Sử dụng lý thuyết Phase-field để mô phỏng trạng thái của vết nứt, giúp cho việc kết cấu được liên tục, do đó việc thành lập và giải các phương trình được dễ dàng hơn.

2. Đã áp dụng phương pháp phần tử hữu hạn dựa trên lý thuyết biến dạng cắt bậc ba của Shi, đây là lý thuyết biến dạng cắt bậc cao không cần đến hệ số hiệu chỉnh cắt, được sử dụng cho tấm có độ dày trung bình và độ dày lớn.

3. Phân tích ổn định của tấm FGM với vết nứt có vị trí và kích thước khác nhau. Tác giả đã khảo sát với tấm có: chiều dày không đổi hoặc thay đổi; có hoặc không có nền đàn hồi.

4. Phân tích dao động tự do của tấm FGM có vết nứt với chiều dày thay đổi tuyến tính, phi tuyến đặt trên nền đàn hồi và trong môi trường nhiệt độ.

5. Kết quả nghiên cứu là tài liệu tham khảo trong việc kiểm định một số dạng kết cấu tấm FGM khi xuất hiện vết nứt

Nội dung chủ yếu của luận án được công bố trong 9 công trình đã xuất bản, trong đó bao gồm:

05 bài đăng trên các tạp chí quốc tế uy tín

02 bài đăng trên tạp chí khoa học trong nước.

02 bài đăng trên tuyển tập công trình hội nghị khoa học quốc gia.

NHỮNG VẤN ĐỀ CÓ THỂ PHÁT TRIỂN TỪ LUẬN ÁN

1. Nghiên cứu ảnh hưởng của vết nứt tới ổn định và dao động của kết cấu tấm FGM có gân gia cường chịu tác dụng các tải cơ và cơ – nhiệt kết hợp.

2. Nghiên cứu về ảnh hưởng của vết nứt trong tấm bằng các loại vật liệu composit và trong môi trường khác nhau.

3. Xem xét tới các loại tải trọng khác tác động lên bài toán ổn định và dao động kết cấu tấm FGM có vết nứt như tải trọng tĩnh, tải trọng di động, tải trọng nổ, ...

4. Nghiên cứu về kết cấu tấm FGM áp điện, nano FGM có vết nứt.

5. Nghiên cứu sự phát triển của vết nứt trong tấm FGM dưới tác dụng của các loại tải trọng khác nhau.

6. Nghiên cứu ảnh hưởng của vết nứt trong kết cấu vỏ.